

Simulatie analyse matching en plaatsing voortgezet onderwijs Amsterdam 2015*

Pieter Gautier

Monique de Haan

Bas van der Klaauw

Hessel Oosterbeek

*Deze versie: September 2015. Gautier en Van der Klaauw zijn verbonden aan de VU Amsterdam, De Haan aan de Universiteit van Oslo, en Oosterbeek aan de Universiteit van Amsterdam.

1 Inleiding

Op woensdag 3 juni 2015 heeft notaris Laseur van kantoor van Doorne te Amsterdam de loting en matching verricht voor leerlingen uit groep 8 van de basisschool die in Amsterdam naar een school in het voorgezet onderwijs (VO) willen. Het algoritme dat hiervoor gebruikt is, is het zogenaamde student-proposing Deferred Acceptance (DA) algoritme met multiple tie-breaking (MTB). Zie Appendix A voor een beknopte uitleg. Een belangrijk kenmerk van dit systeem is dat het voor studenten optimaal is om scholen in volgorde van hun echte voorkeuren op hun voorkeurslijst te zetten. Dit is vooraf op verschillende manieren aan de leerlingen en hun ouders meegedeeld. We gaan er daarom in deze rapportage van uit dat de voorkeurslijsten van leerlingen overeenstemmen met hun werkelijke voorkeuren.

Dit rapport is een aanvulling op een eerder meer beschrijvend rapport.¹ In dit rapport gaan we nader in op de Pareto inefficiëntie die inherent is aan DA-MTB. Dat betekent dat leerlingen door onderling te ruilen hun allocatie zouden kunnen verbeteren. Daarnaast vergelijken we DA-MTB met DA met single tie-breaking (STB).² Dit doen we zowel vanuit het perspectief van leerlingen (hoeveel leerlingen komen op hun eerste, tweede, derde etc voorkeur terecht) als dat van scholen (voor hoeveel van de leerlingen die op een school zijn geplaatst, is deze school de eerste, tweede, derde etc voorkeur).

Paragraaf 2 gaat in op ruilmogelijkheden onder DA-MTB. Paragraaf 3 vergelijkt de (verwachte) allocatie die onder DA-MTB tot stand komt met de (verwachte) allocatie die bij de gegeven voorkeuren van de leerlingen tot stand zou zijn gekomen onder DA-STB. In de laatste paragraaf trekken we eerste conclusies.

¹Gautier, De Haan, Van der Klaauw en Oosterbeek (juli 2015), “Eerste analyse matching en loting voortgezet onderwijs Amsterdam 2015”.

²Dit systeem wordt ook wel *random serial dictatorship* genoemd. Onder DA-MTB krijgen leerlingen een lotingsnummer voor elke school, terwijl onder DA-STB leerlingen één lotingsnummer krijgen dat voor alle scholen geldt.

2 Ruilen

Een vervelende eigenschap van het DA-MTB algoritme is dat de allocatie niet Pareto efficiënt is. Dat betekent dat twee of meer leerlingen door te ruilen elk op een school terecht zouden kunnen komen die hoger op hun voorkeurslijst staat.³ In totaal zijn dit jaar 1949 leerlingen niet op de school van hun eerste voorkeur geplaatst. Van deze leerlingen zijn 1216 terecht gekomen op een school waar andere leerlingen uitgeloot zijn (hiervan hadden 85 leerlingen voorrang op de school waar zij terecht kwamen). Deze leerlingen komen potentieel in aanmerking om te ruilen. Niet al deze leerlingen kunnen echter daadwerkelijk ruilen omdat in een aantal gevallen meerdere leerlingen met dezelfde leerling willen ruilen. In de allocatie die in 2015 tot stand is gekomen, kunnen 739 leerlingen door ruilen op een school terecht komen die hoger op hun voorkeurslijst staat. Hierbij is niet alleen gekeken naar bilateraal ruilen, maar ook naar ruilcycli waarbij drie of meer leerlingen betrokken zijn. In Appendix C wordt het algoritme beschreven dat we gebruikt hebben om ruilen te analyseren.

Tabel 1 laat zien hoe na ruilen de nieuwe allocatie eruit komt te zien voor de 1949 leerlingen die niet op hun eerste voorkeur terecht zijn gekomen. Van deze groep heeft DA-MTB 56,7% op zijn tweede voorkeur geplaatst, 20,1% op de derde voorkeur, enzovoorts. Na ruilen zou 31,5% alsnog op de eerste voorkeur terecht kunnen komen, 40,7% op de tweede voorkeur en 13,1% op de derde voorkeur, enzovoorts.

Door ruilen kan een substantieel deel van de leerlingen op een school geplaatst worden die hoger op hun voorkeurslijst staat. Alleen leerlingen die terecht zijn gekomen op een school waar andere leerlingen uitgeloot zijn, kunnen in een ruil worden betrokken. In de tabel is bijvoorbeeld te zien dat geen enkele leerling die willekeurig is geplaatst in een ruil wordt betrokken. Dit komt doordat de willekeurig geplaatste leerlingen op scholen zijn geplaatst die na de laatste ronde nog plaatsen vrij hadden.

Een belangrijk nadeel van het uitvoeren van ruilen is dat het dan niet langer optimaal hoeft te zijn om scholen in volgorde van echte voorkeuren

³In Appendix B geven we hier een voorbeeld van. Dit voorbeeld laat ook zien dat het toestaan van ruilen, strategisch gedrag kan oproepen.

Tabel 1: Nieuwe allocatie na ruilen van de 1949 leerlingen die niet op hun eerste voorkeur terecht gekomen zijn

huidige allocatie	na ruilen								totaal	
	1	2	3	4	5	6	7	8		willekeurig
2	19,4%	37,3%								56,7%
3	6,9%	2,1%	11,9%							20,1%
4	2,7%	0,8%	0,6%	5,4%						9,6%
5	1,7%	0,5%	0,5%	0,3%	2,3%					5,2%
6	0,7%	0,1%	0,2%	0,0%	0,1%	1,1%				2,1%
7	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,5%			0,7%
8	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,2%		0,3%
willekeurig									3,3%	3,3%
totaal	31,5%	40,7%	13,2%	5,7%	2,4%	1,1%	0,5%	0,2%	3,3%	100%

Tabel 2: Resultaten van simulatie van DA-MTB en DA-STB voor alle leerlingen

	MTB	STB	MTB>STB	MTB<STB
1ste voorkeur	73,6%	82,0%	0%	100%
top-3	94,7%	94,8%	35,6%	64,2%
top-5	98,5%	97,4%	100%	0%
willekeurig	0,9%	1,6%	100%	0%

Noot: Bij willekeurige plaatsing geldt dat een lager percentage beter is.

op de voorkeurslijst te zetten. Het kan dan beter zijn om populaire scholen hoog op de voorkeurslijst te zetten (op plekken 2, 3, 4, enz) om zo de kans te vergroten om bij uitloting voor de meest geprefereerde school, achteraf in een ruil betrokken te worden. Het toestaan van ruilen betekent derhalve dat aan leerlingen/ouders niet meer verteld kan worden dat het opgeven van de echte voorkeuren optimaal is.

3 Vergelijking van DA-MTB en DA-STB

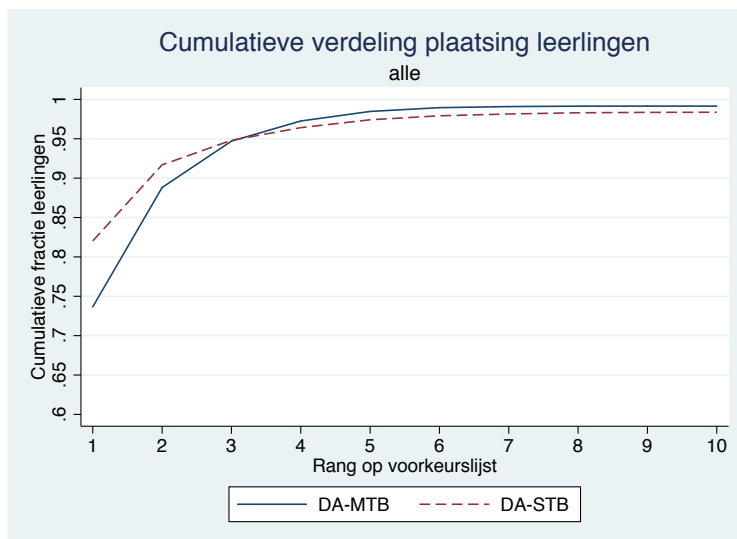
In Amsterdam is gebruik gemaakt van het DA-MTB algoritme. Bij dit algoritme krijgt een leerling voor elke school die op de voorkeurslijst staat een afzonderlijk lotingsnummer. Een alternatief is om elke leerling één lotingsnummer te geven dat voor deze leerling van toepassing is op alle scholen op zijn voorkeurslijst. Dit is DA-STB. DA-STB is evenals DA-MTB strategy proof (opgeven van echte voorkeuren is optimaal). Verder is bij DA-STB het aantal voordelige ruilmogelijkheden waar na afloop sprake van kan zijn, veel geringer. Bij DA-STB kunnen er alleen voordelige ruilmogelijkheden zijn wanneer daar minstens één leerling bij betrokken is die met voorrang geplaatst is op een school die niet de school van de eerste voorkeur is.⁴

Om de systemen te vergelijken hebben we zowel DA-MTB als DA-STB 1000 keer gesimuleerd met de ingevulde voorkeurslijsten van de leerlingen.

⁴Zonder voorrangregels is DA-STB gelijk aan Random Serial Dictatorship (RSD). Alle leerlingen krijgen een lotingsnummer. Leerlingen mogen in volgorde van lotingsnummer een school kiezen van de scholen die nog vrije plekken hebben op het moment dat ze aan de beurt zijn. Deze plek raken ze niet meer kwijt. Als elke leerling de meest geprefereerde school kiest van de scholen die nog beschikbaar zijn als hij/zij mag kiezen, is er na afloop niemand die wil ruilen met iemand die na hem/haar mocht kiezen.

Voor elke simulatie zijn nieuwe lotingsnummers getrokken. In Tabel 2 staan de resultaten van deze simulaties voor de gehele populatie van 7510 leerlingen (zie ook Figuur 1). De resultaten laten zien dat als DA-STB zou zijn toegepast bij verwachting 82,0% van de leerlingen op hun eerste voorkeur terecht zou zijn gekomen ten opzichte van 73,6% met DA-MTB. DA-STB plaatst in alle 1000 simulaties meer leerlingen op de eerste voorkeur dan DA-MTB. Als het gaat om plaatsing in de top-3 dan doet DA-STB het gemiddeld iets beter dan DA-MTB. In 64,2% van de simulaties plaatst DA-STB iets meer leerlingen in de top-3 dan DA-MTB. DA-MTB doet het daarentegen altijd beter dan DA-STB als het gaat om het plaatsen van leerlingen in de top-5. Bij DA-STB komt bij verwachting 2,6% van de leerlingen niet op een school uit zijn top 5 ten opzichte van 1,5% bij DA-MTB. Ook worden bij DA-STB bij verwachting bijna twee keer zoveel leerlingen willekeurig geplaatst. Dat betekent dat bij toepassing van DA-STB leerlingen langere voorkeurslijsten moeten opstellen.

Figuur 1: Vergelijking DA-MTB en DA-STB



Het verschil tussen DA-MTB en DA-STB is hoe lotingsnummer getrokken worden. Bij DA-STB krijgt elke leerling één lotingsnummer dat voor elke school geldt, terwijl bij DA-MTB elke leerling een apart lotingsnummer krijgt voor elke school. Er zijn ook allerlei hybride vormen te bedenken. Het meest

voor de hand liggend is om clusters te maken van scholen die vaak samen op de voorkeurslijsten van leerlingen staan. Daarbij kan worden gedacht aan de categorale gymnasia of HAVO klassen bij een aantal scholen die ook VWO aanbieden. Een leerling krijgt vervolgens hetzelfde lotingsnummer voor alle scholen binnen dit cluster.⁵ Het voordeel hiervan is dat de Pareto inefficiëntie gereduceerd wordt, het nadeel is dat deze clusters gedefinieerd moeten worden. Simulatieresultaten laten zien dat de allocatie die bij deze hybride vorm tot stand komt tussen die van DA-MTB en DA-STB in ligt. Bij de genoemde clustering komt 77,7% van de leerlingen op de eerste voorkeur, 94,7% in de top-3 en 97,9% in de top-5.

Tabel 3 laat dezelfde simulatieresultaten zien maar nu uitgesplitst per basisschooladvies (zie ook de figuren in Appendix D1). De resultaten per basisschooladvies lijken sterk op de resultaten voor de gehele populatie. Maar de verschillen in plaatsing op de eerste voorkeur zijn relatief groot voor de basisschooladviezen waarbij de voorkeuren sterk geconcentreerd zijn (VWO, HAVO-VWO, HAVO) en waarbij er capaciteitsproblemen zijn bij de populaire scholen. DA-STB plaatst ook altijd iets meer leerlingen buiten de top-5 en het aantal willekeurige geplaatsten is bijna altijd groter. Onder DA-STB moeten leerlingen met een VWO advies (maar ook met HAVO-VWO of HAVO advies) langere voorkeurslijsten maken dan onder DA-MTB en moeten ze er vervolgens meer rekening mee houden dat zij op een school buiten hun top-10 geplaatst kunnen worden.

Per school

In Appendix E worden DA-STB en DA-MTB per school (en niveau) vergeleken. Elke figuur in deze appendix laat zien voor welk deel van de leerlingen die op een school/niveau geplaatst (zouden) zijn, deze school de eerste, tweede, derde etc. voorkeur is. Dit wordt zowel getoond voor DA-MTB als voor DA-STB. In beide gevallen zijn de lijnen gebaseerd op 1000 simulaties. Evenals in de eerder getoonde figuren zijn de resultaten cumulatief weergegeven. De eerste figuur laat bijvoorbeeld zien dat van de leerlingen die onder

⁵Een andere mogelijkheid is om leerlingen hetzelfde lotingsnummer te geven voor alle scholen waarvoor het aantal eerste voorkeuren de capaciteit overtreft.

Tabel 3: Resultaten van simulatie van DA-MTB en DA-STBper basisschooladvies

	MTB	STB	MTB>STB	MTB	STB	MTB>STB	MTB	STB	MTB>STB	MTB	STB	MTB>STB
	VWO						HAVO					
	VMBO-t/HAVO						VMBO-t					
1e keuze	62,1%	80,5%	0%	62,4%	71,2%	0%	70,5%	77,3%	0%	70,5%	77,3%	0%
top 3	93,0%	93,0%	48,5%	87,6%	89,2%	6,1%	91,3%	92,2%	14,3%	91,3%	92,2%	14,3%
top 5	98,4%	96,3%	100%	96,3%	94,7%	98,4%	97,3%	96,3%	94,7%	97,3%	96,3%	94,7%
willekeurig	0,8%	2,2%	100%	1,7%	2,3%	97,0%	1,5%	2,4%	97,5%	1,5%	2,4%	97,5%
	VMBO-t/HAVO						VMBO-k					
1e keuze	75,8%	81,0%	0%	79,8%	84,6%	0%	88,3%	88,4%	46,2%	88,3%	88,4%	46,2%
top 3	97,9%	96,7%	93,8%	98,4%	97,3%	93,1%	99,8%	99,8%	53,3%	99,8%	99,8%	53,3%
top 5	99,1%	98,5%	87,6%	99,3%	98,9%	88,8%	99,8%	99,8%	52,0%	99,8%	99,8%	52,0%
willekeurig	0,1%	1,4%	85,8%	0,1%	1,1%	87,7%	0,2%	0,2%	52,0%	0,2%	0,2%	52,0%
	VMBO-b/k						VMBO-t+lwoo					
1e keuze	90,9%	91,0%	44,3%	95,7%	95,8%	45,8%	98,8%	99,3%	37,7%	98,8%	99,3%	37,7%
top 3	99,9%	99,8%	54,3%	100%	99,8%	55,6%	99,9%	99,9%	51,8%	99,9%	99,9%	51,8%
top 5	99,9%	99,8%	53,4%	100%	99,9%	52,3%	99,9%	99,9%	51,8%	99,9%	99,9%	51,8%
willekeurig	0,1%	0,2%	53,4%	0%	0,1%	52,3%	0,1%	0,1%	51,8%	0,1%	0,1%	51,8%
	VMBO-k+lwoo						VMBO-b+lwoo					
1e keuze	91,7%	91,7%	51,3%	94,7%	94,8%	49,2%	95,0%	95,1%	47,5%	95,0%	95,1%	47,5%
top 3	100%	100%	50%	100%	100%	50%	100%	100%	49,8%	100%	100%	49,8%
top 5	100%	100%	50%	100%	100%	50%	100%	100%	52,3%	100%	100%	52,3%
willekeurig	0%	0%	50%	0%	0%	50%	0%	0%	47,8%	0%	0%	47,8%

DA-MTB op het Barlaeus Gymnasium geplaatst worden, deze school de eerste voorkeur is van 60% van de geplaatste leerlingen, de eerste of tweede voorkeur voor 85% van de geplaatste leerlingen, enzovoorts. Bij gebruikmaking van DA-STB, heeft deze school de eerste voorkeur van ruim 90% van de geplaatste leerlingen, en behoort tot de top-3 van vrijwel alle leerlingen die bij DA-STB op het Barlaeus Gymnasium terecht zouden zijn gekomen.

In elke figuur is het totaal aantal leerlingen gerapporteerd dat volgens DA-MTB op een school (en niveau) terecht komt. Alle fracties zijn ook ten opzichte van dit totaal weergegeven. Op sommige scholen worden door DA-STB minder leerlingen geplaatst dan door DA-MTB. Voor deze scholen ligt de onderbroken lijn (van DA-STB) bij de 10de rang op de voorkeurslijst onder de ononderbroken lijn (van DA-MTB).

De figuren in de appendix brengen duidelijk in beeld dat een overgang van het ene mechanisme naar het andere verschillend uitwerkt voor verschillende scholen. Veel scholen (of niveaus binnen scholen) hebben onder DA-MTB meer leerlingen waarvoor deze school niet bij de top-1, top-2 of top-3 behoort dan onder DA-STB. Duidelijke gevallen zijn: Barlaeus Gymnasium, Cartesius Lyceum (alle niveaus), Fons Vitae (havo), Geert Groote (havo), Gerrit van der Veen (havo en vwo), Hervormd Lyceum Zuid, 4e Gymnasium, Amsterdams Lyceum, Hyperion, St. Ignatius en St. Nicolaas.

Voor een aantal scholen (niveaus) geldt het omgekeerde. Deze scholen hebben juist meer leerlingen die de school hoog op hun voorkeurslijst hebben staan onder DA-MTB dan onder DA-STB. Voorbeelden zijn Berlage havo TTO, Metis vwo, Montessori Lyceum vwo, Pieter Nieuwland havo. Vaak leidt DA-MTB op deze scholen ook tot de plaatsing van meer leerlingen dan DA-STB.

4 Conclusie

Bij VWO, HAVO-VWO, HAVO en VMBO-t waren er te weinig plekken om alle eerste voorkeuren te plaatsen. Omdat er voor deze basisschooladviezen een redelijk sterke clustering van voorkeuren is, kwamen veel van de leerlingen die op hun eerste voorkeur uitgeloot werden, bij hun tweede voorkeur terecht op een school die al vol zat. Het DA-MTB algoritme voorkomt dat

deze leerlingen vervolgens terecht komen op een school die erg laag op hun voorkeurslijst komt, maar dat gaat ten koste van het aantal leerlingen dat op de eerste voorkeur komt. Dit is goed te zien uit de vergelijking met het DA-STB algoritme.

Een vervelende eigenschap van DA-MTB is dat door achteraf te ruilen, leerlingen geplaatst kunnen worden op een school die hoger op hun voorkeurslijst staat. Van de in totaal 1949 leerlingen die niet op de eerste voorkeur komen, zou maximaal 739 leerlingen geruild kunnen worden. Hiermee zouden 614 leerlingen extra op hun eerste voorkeur terecht kunnen komen. Voor de meeste van deze leerlingen (378) gaat het om een verbetering van de tweede naar de eerste voorkeur. Wanneer ouders/leerlingen vooraf weten dat er achteraf mogelijk geruild wordt, is het opgeven van de echte voorkeuren niet noodzakelijk optimaal, en kan ouders/leerlingen niet langer geadviseerd worden dat te doen.

Het DA-STB algoritme is zowel strategy proof als Pareto efficiënt. We hebben de uitkomsten van DA-MTB vergeleken met dit alternatief (naast dit alternatief bestaan er in de literatuur nog andere plaatsingsmechanismen).⁶ Bij DA-STB worden meer leerlingen op de eerste voorkeur geplaatst (82,0% van de leerlingen ten opzichte van 73,6% bij DA-MTB), maar is er ook een grotere kans om op een school buiten de top-5 terecht te komen (2,6% van de leerlingen ten opzichte van 1,5% bij DA-MTB). Dat betekent dat bij DA-STB voorkeurslijsten langer moeten zijn. Nu hadden leerlingen gemiddeld iets meer dan 5 scholen op hun voorkeurslijst staan, waarbij de gemiddelde voorkeurslijst iets langer was bij de hogere basisschooladviezen dan bij de lagere basisschooladviezen.

⁶Een voorbeeld is de Top Trading Cycle, maar dit mechanisme lijkt niet heel geschikt voor het plaatsen van leerlingen op scholen in Amsterdam. Als er geen voorrang zou bestaan is het Top Trading Cycle equivalent aan DA-STB. Als er wel voorrang is, dan krijgen de leerlingen met ergens voorrang hebben eerst de mogelijkheid om hun school te kiezen.

A Uitleg van het Deferred Acceptance algoritme⁷

Bij DA geven leerlingen een voorkeurslijst van scholen op. Het systeem begint met alle leerlingen aanvankelijk te plaatsen op de school die het hoogst op hun voorkeurslijst staat. Bij DA-MTB krijgen leerlingen een apart lotingsnummer voor elke school en bij DA-STB krijgen ze één lotingsnummer dat voor alle scholen geldt. Scholen die meer leerlingen krijgen dan ze plaatsen hebben, bewaren de leerlingen met voorrang en loten om de nog beschikbare plekken onder de overige leerlingen. Leerlingen die uitgeloot worden, worden doorgestuurd naar de school die op de tweede plaats op hun voorkeurslijst staat. Als er nu weer scholen zijn die meer leerlingen krijgen dan zij plaatsen hebben, dan behouden zij weer de leerlingen met voorrang en loten om de beschikbare plaatsen onder de overige leerlingen. Ook de leerlingen die eerder niet uitgeloot waren doen opnieuw mee aan deze loting. Leerlingen die in de tweede ronde uitgeloot worden, worden doorgestuurd naar de school die één plaats lager op hun voorkeurslijst staat. Dit blijft zich herhalen totdat alle leerlingen een plek hebben, waarna de plaatsing definitief is.

Bij DA-MTB en DA-STB is het voor leerlingen het beste om scholen in volgorde van echte voorkeuren op hun voorkeurslijst te plaatsen. Daardoor hoeven leerlingen geen rekening te houden met plaatsingskansen en hoeven geen rekening te houden met wat andere leerlingen kiezen.

Omdat alle leerlingen vooraf een voorkeurslijst opgeven, kunnen de rondes snel achter elkaar worden afgewerkt. Leerlingen hoeven zich dus niet steeds opnieuw in te schrijven en alle lotingen kunnen centraal plaats vinden. Dus ook hier geven leerlingen éénmaal hun lijst op en horen alleen op welke school ze uiteindelijk geplaatst zijn.

⁷De tekst in de appendix is grotendeels afkomstig uit Gautier, De Haan, Van der Klaauw en Oosterbeek (2014), Schoolkeuze Voorgezet Onderwijs in Amsterdam: Verslag van een Simulatiestudie: <http://www.verenigingosvo.nl/wp-content/uploads/2014/09/Uitleg-Matching.pdf>. In deze notitie werd DA-STB, random serial dictatorship genoemd (RSD).

B Een voorbeeld van een niet Pareto efficiënte allocatie

Veronderstel een situatie waarin er drie leerlingen (Henk, Piet en Kees) zijn en ook drie scholen (A, B en C) die elk één plek hebben. De voorkeuren van de leerlingen staan gegeven in de onderstaande tabel.

	voorkeuren		
	1	2	3
Henk	School A	School B	School C
Piet	School A	School C	School B
Kees	School B	School A	School C

Op School A is er een capaciteitsprobleem omdat hier twee leerlingen heen willen en er slechts één plek is. Er zal daarom een keuze gemaakt moeten worden. Bij DA-MTB krijgen alle leerlingen een apart lotingsnummer voor elke school die zij op hun voorkeurslijst gezet hebben. De uitkomst van deze loting kan zijn:

	lotingsnummers		
	1	2	3
School A	Kees	Piet	Henk
School B	Piet	Henk	Kees
School C	Henk	Kees	Piet

En als we de lotingsnummers combineren met de voorkeuren van de leerlingen krijgen de onderstaande tabel:

	1	2	3
Henk	School A (3)	School B (2)	School C (1)
Piet	School A (2)	School C (3)	School B (1)
Kees	School B (3)	School A (1)	School C (2)

Het DA-MTB algoritme gaat nu als volgt te werk:

1. Iedere leerling wordt tijdelijk op de school van zijn eerste voorkeur geplaatst.

2. Op School A wint Piet de loting van Henk, waardoor Henk doorschuift naar zijn tweede voorkeur (school B).
3. Op School B zijn nu twee leerlingen en daar wint Henk de loting van Kees, die vervolgens doorschuift naar zijn tweede voorkeur (School A)
4. Op School A zijn nu twee leerlingen en daar wint Kees de loting van Piet, die vervolgens doorschuift naar zijn tweede voorkeur (School C).
5. De allocatie van leerlingen sluit nu aan bij de capaciteit en alle leerlingen worden definitief geplaatst (Henk op School B, Piet op School C en Kees op School A).

Er ontstaat nu een situatie waarin Henk en Kees onderling willen ruilen om zo allebei op hun eerste voorkeur terecht te komen. Maar dan ontstaat de situatie dat Henk op school A terecht komt, terwijl Piet daar ook heen wilde en daar een beter lotingsnummer had. De kans om op school A terecht te komen wordt dus afhankelijk van welke school als tweede keuze genomen wordt. Daarbij geldt dat de relatief impopulaire school C geen goed ruilmateriaal is.

Als Piet school B als tweede voorkeur had gekozen, dan had hij daar de loting van Henk gewonnen. Henk was dan op zijn derde voorkeur (school C) terecht gekomen en Piet had kunnen ruilen met Kees om zo alsnog op zijn eerste voorkeur te komen. Het toevoegen van een ruilprocedure aan het DA-MTB algoritme gaat dus ten koste van strategy proofness. De druk op de populaire scholen wordt dan groter waardoor de uiteindelijke allocatie slechter zou kunnen worden.

C Algoritme voor ruilen

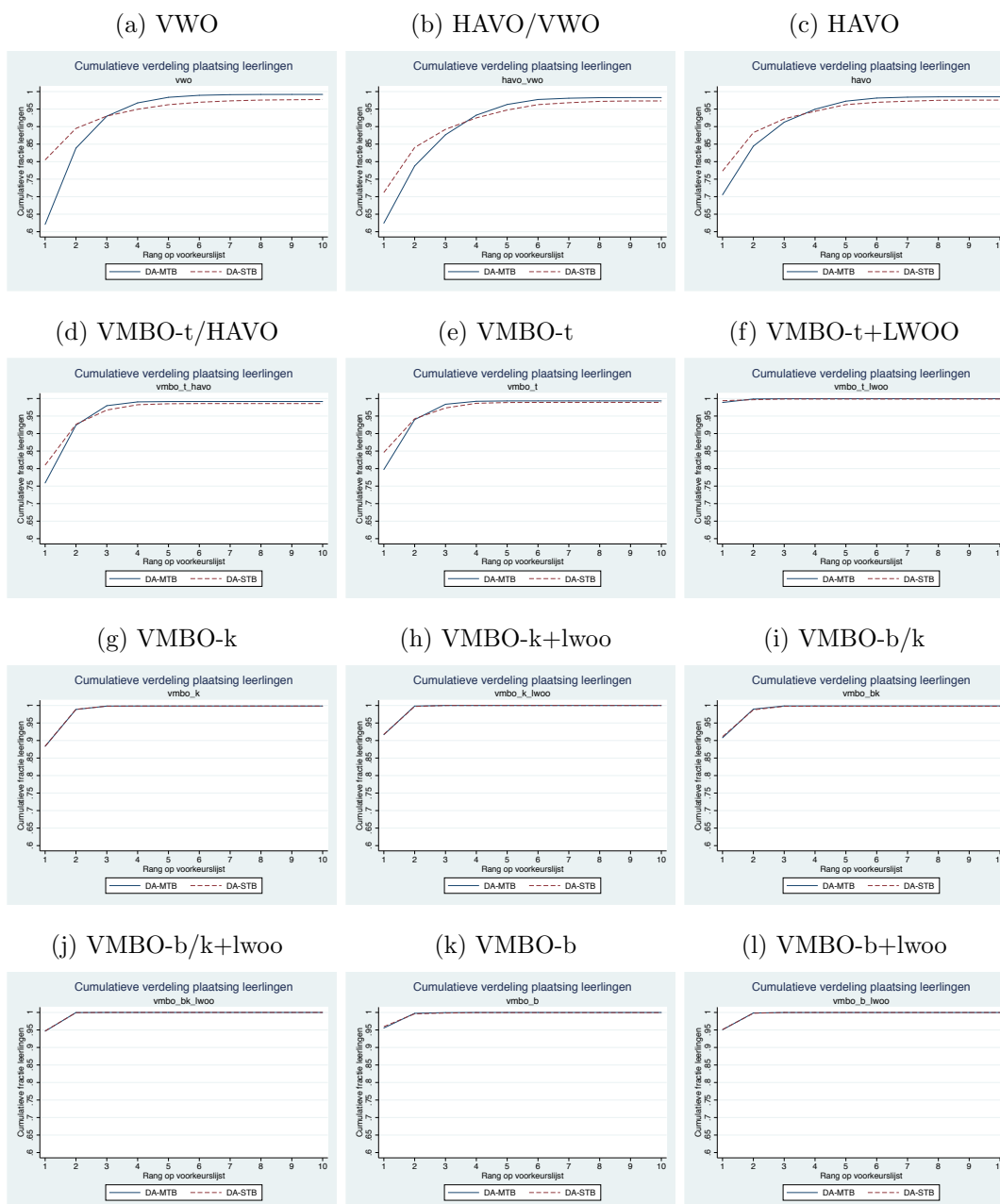
Er bestaan verschillende methoden om ruilen tussen leerlingen toe te passen. Wij kijken niet alleen naar bilateraal ruilen maar ook naar een mogelijk grotere ruilcyclus met meerdere leerlingen. We kijken daarbij overigens alleen naar ruilen waarbij alle betrokken leerlingen terecht komen op een school die hoger op hun voorkeurslijst komen dan de school waar ze op dat moment zitten.

We passen het volgende ruilalgoritme toe. Om te beginnen zetten we alle leerlingen in willekeurige volgorde. We beginnen met de eerste leerling en kijken of we een ruilcyclus kunnen maken waarbij deze leerling naar een school gaat die hoger op zijn voorkeurslijst staat. Dat doen we door eerst te proberen een ruilcyclus te maken waarbij de leerling naar zijn eerste voorkeur gaat. Hierbij kijken we eerst naar de mogelijkheid van bilateraal ruilen, daarna ruilen in een cyclus van drie, vervolgens ruilen in een cyclus van vier, etc. Als het niet lukt de leerling naar zijn eerste voorkeur te ruilen, dan proberen we de tweede voorkeur, etc. Als het lukt om de leerling te ruilen of als alle mogelijkheden uitgeput zijn, dan gaan we door naar de tweede leerling, etc.

We gaan net zo lang door met het ruilalgoritme totdat we geen enkele ruilcyclus meer kunnen vinden. De allocatie is dan Pareto efficient. Het moet worden opgemerkt dat we bij deze manier van ruilen geen rekening houden met voorrang van leerlingen. Dus leerlingen die door voorrang op een school zijn gekomen doen ook mee. Een alternatief zou kunnen zijn om deze leerlingen uit te sluiten.

D Figuren DA-MTB vs DA-STB, per advies

Figuur D1: Vergelijking DA-MTB en DA-STB, per advies



E Figuren DA-MTB vs DA-STB, per school

